

Суперкомпьютерное моделирование турбулентных течений Рассмотрим уравнение Навье-Стокса для несжимаемой жидкости

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{v} = 0 \\ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}, \nabla) \vec{v} + \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p = \nu \Delta \vec{v} \end{cases}$$

Тут над $\vec{v}$ и p пишется $\sim$, но в теке не получается сделать

Неизвестные: $\vec{v}$ - скорость течения, p - давление. После обреза размеривания(???) получаем систему:

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{v} = 0 \\ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}, \nabla) \vec{v} + \operatorname{grad} p = \frac{1}{Re} A \vec{v} \end{cases} \quad (1)$$

Турбулентное течение состоит из вихрей различных размеров. Крупные вихри переходят в более мелкие, те в еще более мелкие, в еще-еще более мелкие, в еще совсем более мелкие, и так масштабы течения уменьшаются, пока не дойдут до Колмогоровского масштаба, на котором кинетическая энергия движения жидкости или газа переходит в тепло, во внутреннюю энергию, за счет вязкости среды. Происходит переход кинетической энергии по каскаду от крупных вихревых структур течения к более и более мелким.

То есть, чем больше в изучаемом течении перепад масштабов, тем больше нужно сеточных ячеек. У течения есть характеристика – число Рейнольдса (Re). Оно, по сути, определяет перепад масштабов от крупных структур до самых мелких, после которых происходит диссипация в тепло. Чем больше размер объекта или чем больше скорость течения или чем меньше вязкость среды – тем больше это число. Соответственно, тем более высокое нужно пространственное и временное разрешение.

Известно, что при достаточно больших Re ($Re > Re_{crit}$, для разных областей этот Re_{crit} разный) возникают турбулентные течения.

Есть 3 основных моделей турбулентностей:

1) Прямое численное моделирование – DNS (Direct Numerical Simulation). Аппроксимируем ур-е (1) на мелкой сетке, ловящие мелкие вихри. Если использовать явные схемы, то из-за мелкой сетки - очень много времени, след-но нужен суперкомп. Неявные схемы - ограничение по времени меньше, но получаем сложную и объемную СЛАУ, к-рая может не поместиться в ОЗУ, след-но нужен суперкомп.

2) Метод крупных вихрей – LES (Large Eddy Simulation).

Моделируем сетку крупнее колмогоровского масштаба и решаем на ней (1), след-но теряем мелкие вихри. После возможно восстановить мелкие вихри,

напрмиер каким-либо импирическими моделями из физ экспериментов. Тоже нужен суперкомп.

3)Осредненные уравнения – RANS (Reynolds Averaged Navier – Stokes).

Если вообще все масштабы течения загнать в модель, то получится стационарный расчет RANS. Все масштабы течения мы отдали на откуп модели и получили стационарное осредненное решение – как если бы в каждой ячейке был датчик измерений физических величин, и мы бы усредняли его показания на длительном интервале времени.